

Kognitive Systeme

Übung 4

Grundlagen der Bildverarbeitung

28.06.2017, Daniel Reichard

- Spezielle Beispiele zum Histogrammausgleich
- Beispiele Kantenfilter
- Übungsblatt 4

Spezielle Beispiele zum Histogrammausgleich

Histogrammausgleich – Beispiel 1

- Eingabebild mit Verteilung:
0: 25%, 127: 25%, 128: 25%, 255: 25%



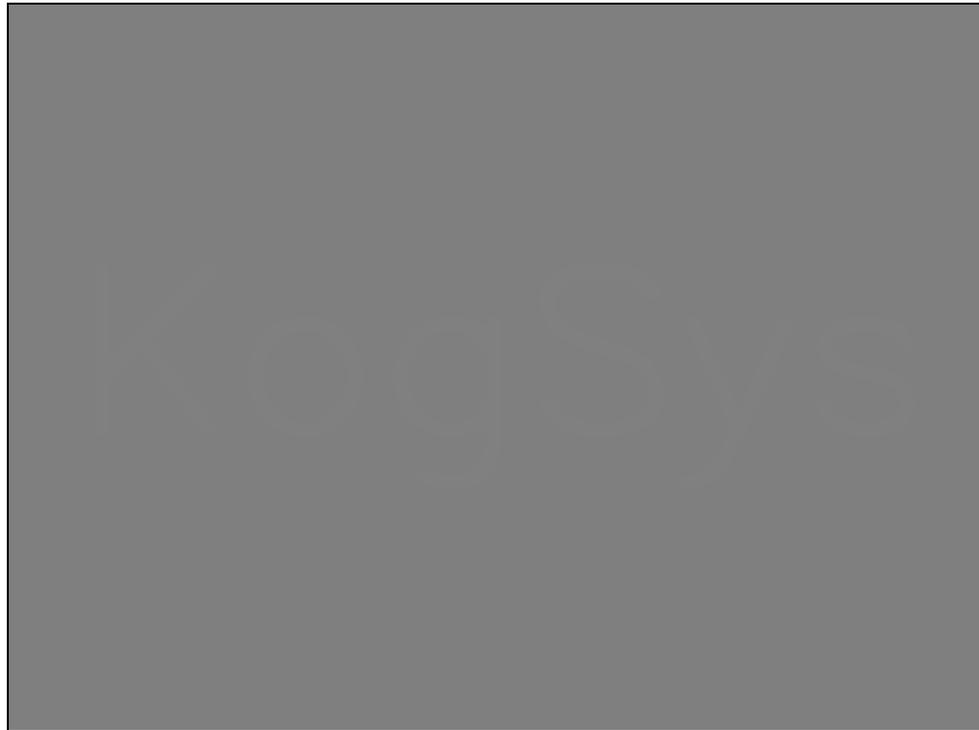
Histogrammausgleich – Beispiel 1

- Ausgabebild nach Histogrammausgleich:
 - ⇒ Algorithmus ist zwar ein **homogener** Punktoperator, jedoch **kein affiner** Punktoperator bzw. kann nicht durch einen solchen umgesetzt werden



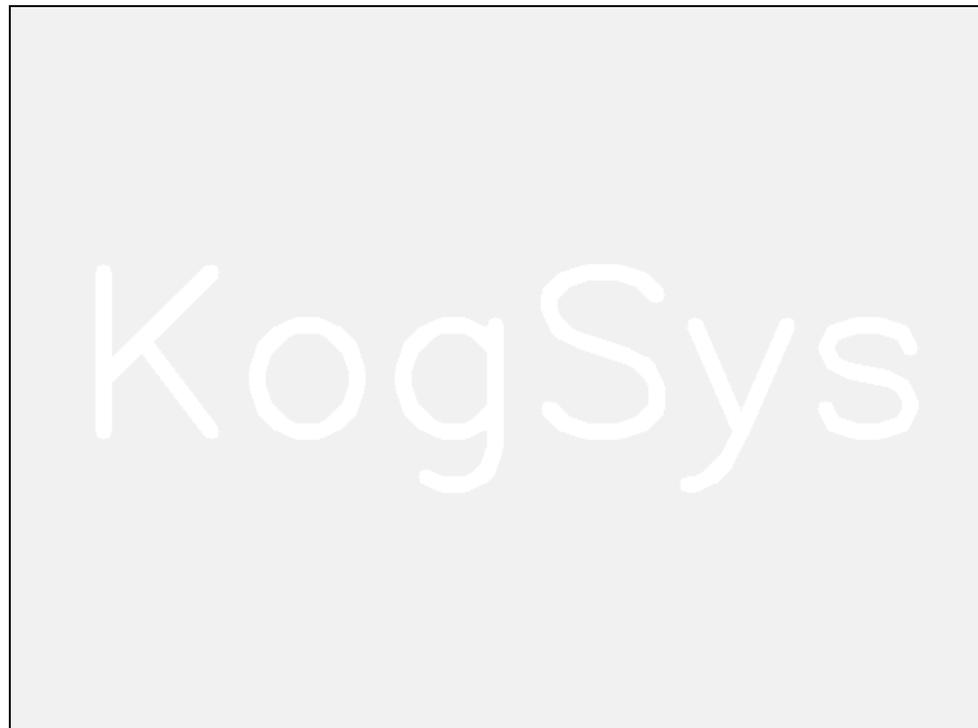
Histogrammausgleich – Beispiel 2

- Eingabebild mit Verteilung:
127: $\approx 94\%$, 128: $\approx 6\%$



Histogrammausgleich – Beispiel 2

- Ausgabebild nach Histogrammausgleich
 - ⇒ Zeigt, dass Kontrast der Ausgabe von der prozentualen Verteilung im Eingabebild abhängt.



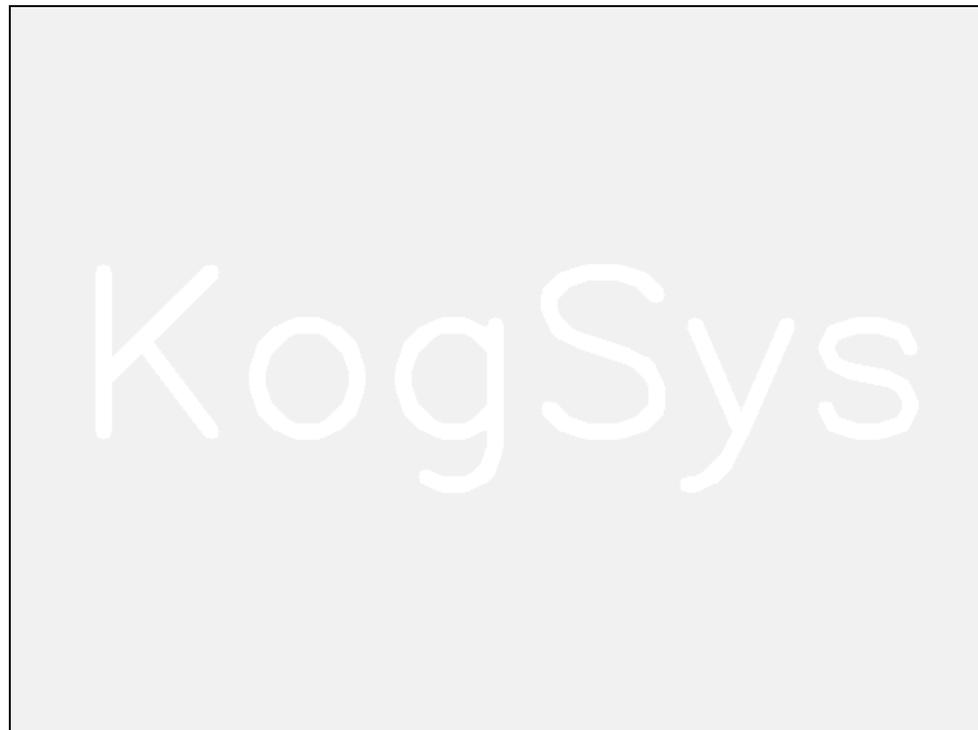
Histogrammausgleich – Beispiel 3

- Eingabebild mit Verteilung:
0: $\approx 94\%$, 255: $\approx 6\%$



Histogrammausgleich – Beispiel 3

- Ausgabebild nach Histogrammausgleich
 - ⇒ Zeigt, dass der Algorithmus auch zu einer Kontrastverminderung führen kann.



Beispiele Kantenfilter

Beispiele Kantenfilter



Originalbild

Beispiele Kantenfilter



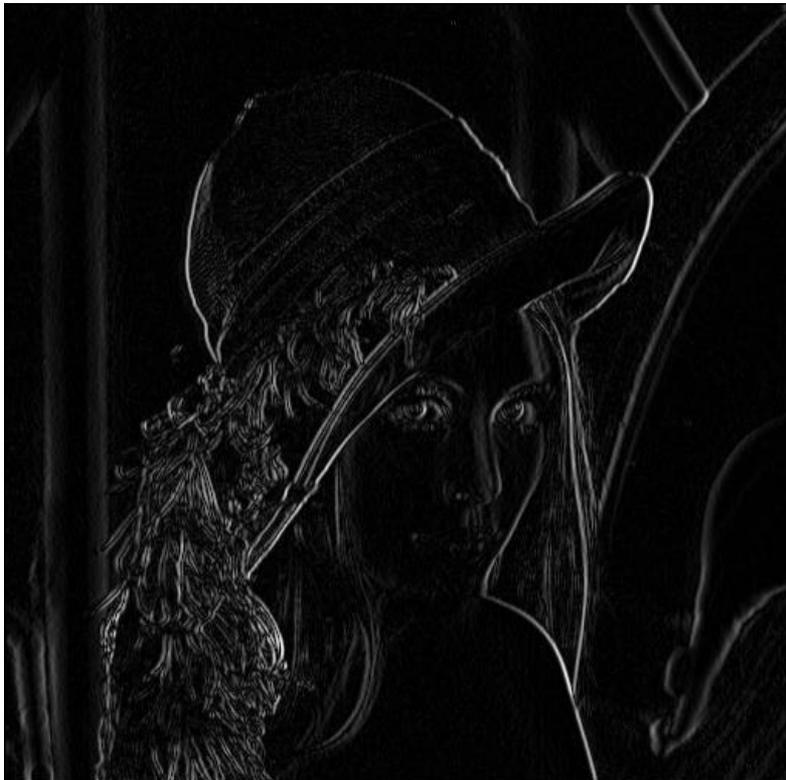
Ergebnis nach Anwendung der Filter PrewittX (links) und PrewittY (rechts)

Beispiele Kantenfilter



Fusionierung der Ergebnisse von PrewittX und PrewittY

Beispiele Kantenfilter



Ergebnis nach Anwendung der Filter SobelX (links) und SobelY (rechts)

Beispiele Kantenfilter



Fusionierung der Ergebnisse von SobelX und SobelY

Beispiele Kantenfilter



Links Prewitt, rechts Sobel

Übungsblatt 3

Aufgabe 1: Farbdarstellungen

Transformieren Sie die im RGB-Modell angegebene Farbe (120, 80, 210) in das HSI-Format.

$$c = \arccos \frac{2R - G - B}{2\sqrt{(R - G)^2 + (R - B)(G - B)}}$$

$$H = \begin{cases} c & \text{falls } B < G \\ 360^\circ - c & \text{sonst} \end{cases}$$

$$S = 1 - \frac{3}{R + G + B} \min(R, G, B)$$

$$I = \frac{1}{3}(R + G + B)$$

Aufgabe 1: Farbdarstellungen

RGB: (70, 100, 180)

Hue:

$$\begin{aligned}c &= \cos^{-1} \left(\frac{2R - G - B}{2\sqrt{(R - G)^2 + (R - B)(G - B)}} \right) \\&= \cos^{-1} \left(\frac{140 - 100 - 180}{2\sqrt{(70 - 100)^2 + (70 - 180)(100 - 180)}} \right) \\&= \cos^{-1} \left(\frac{-140}{2\sqrt{900 + 8800}} \right) \\&\approx \cos^{-1}(-0.71074) \\&\approx 135,3^\circ \\H &= 360^\circ - c \approx 224.7^\circ, \text{ da } B \geq G\end{aligned}$$

Aufgabe 1: Farbdarstellungen

Saturation:

$$\begin{aligned} S &= 1 - \frac{3}{R + G + B} \cdot \min(R, G, B) \\ &= 1 - \frac{3}{70 + 100 + 180} \cdot 70 \\ &= 1 - \frac{210}{350} \\ &= 0,4 \end{aligned}$$

Intensity:

$$\begin{aligned} I &= \frac{R + G + B}{3} \\ &= \frac{350}{3} \\ &\approx 116,7 \end{aligned}$$

Onlinefrage Nr. 1:

Der Hue-Wert beträgt ungefähr $224,7^\circ$.

Aufgabe 2: Lochkameramodell

Gegeben sind zwei Kameras. Beide Kameras zeigen in z -Richtung (d.h. ihre Bildebenen sind parallel) und sind nur in x -Richtung zueinander verschoben. Das in der Vorlesung vorgestellte Lochkameramodell in Positivlage soll verwendet werden; es gelten also die Gleichungen für das Lochkameramodell ohne Minuszeichen. Die beiden Projektionszentren der Kameras haben den Abstand $b = 100$ mm. Das Kamerakoordinatensystem jeder Kamera hat seinen Ursprung im jeweiligen Projektionszentrum, die x -Achse zeigt nach rechts, die y -Achse nach unten und die z -Achse nach vorne. Das Bildkoordinatensystem jeder Kamera hat seinen Ursprung in der Mitte des CCD-Chips. Das Weltkoordinatensystem ist identisch mit dem Kamerakoordinatensystem der linken Kamera. Beide Kameras besitzen eine Brennweite von $f = 5$ mm, einen CCD-Chip von $3 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ Größe, mit 750×1000 CCD-Zellen. Es kann angenommen werden, dass die einzelnen CCD-Zellen lückenlos aneinander anschließen, quadratisch und gleich groß sind.

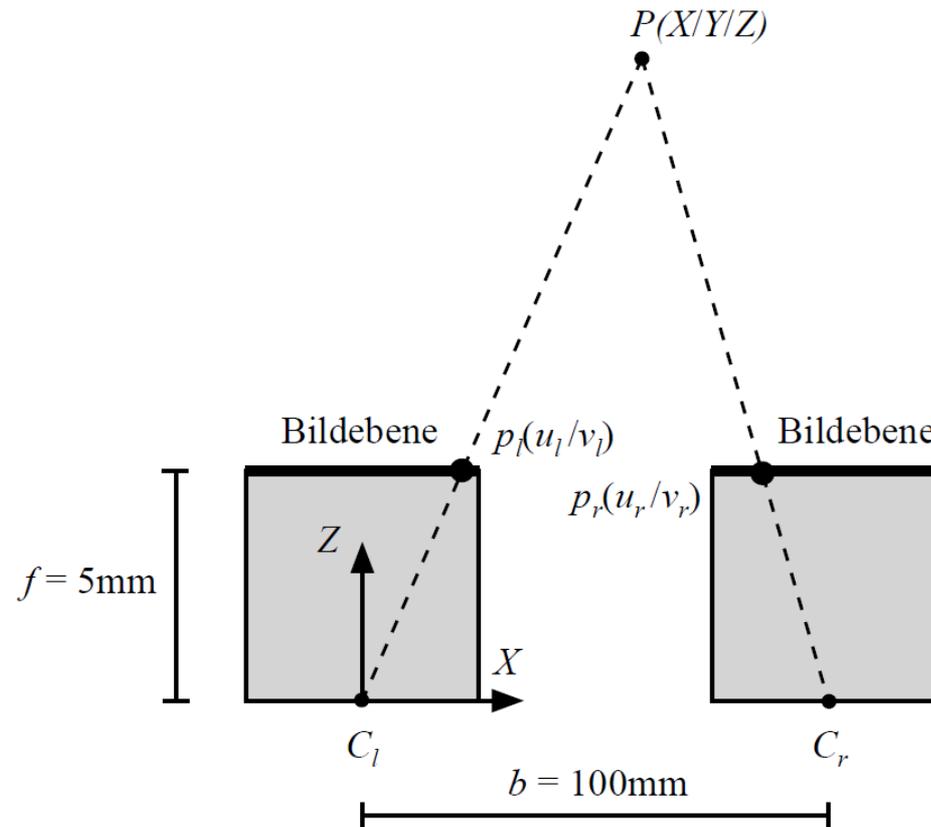
2.a

Skizzieren Sie die Anordnung. Auf welchen Bildpunkt $p(u, v)$ mit $u, v \in \mathbb{R}$ der linken Kamera wird der Punkt $P(84 \text{ mm}, 48 \text{ mm}, 750 \text{ mm})$ abgebildet?

Aufgabe 2: Lochkameramodell

2.a

Skizzieren Sie die Anordnung. Auf welchen Bildpunkt $p(u, v)$ mit $u, v \in \mathbb{R}$ der linken Kamera wird der Punkt $P(84 \text{ mm}, 48 \text{ mm}, 750 \text{ mm})$ abgebildet?



Aufgabe 2: Lochkammermodell

2.a

Skizzieren Sie die Anordnung. Auf welchen Bildpunkt $p(u, v)$ mit $u, v \in \mathbb{R}$ der linken Kamera wird der Punkt $P(84 \text{ mm}, 48 \text{ mm}, 750 \text{ mm})$ abgebildet?

Ein Pixel ist $\frac{3 \text{ mm}}{750} = \frac{4 \text{ mm}}{1000} = 0,004 \text{ mm}$ hoch und breit \Rightarrow Umrechnungsfaktor ist $\frac{1}{0,004} \frac{\text{Pixel}}{\text{mm}} = 250 \frac{\text{Pixel}}{\text{mm}}$.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} &= \frac{f}{Z} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \frac{5 \text{ mm}}{750 \text{ mm}} \begin{pmatrix} 84 \text{ mm} \\ 48 \text{ mm} \end{pmatrix} = \frac{5 \text{ mm}}{750} \begin{pmatrix} 84 \\ 48 \end{pmatrix} = \frac{1250 \text{ Pixel}}{750} \begin{pmatrix} 84 \\ 48 \end{pmatrix} \\ &= \frac{5 \text{ Pixel}}{3} \begin{pmatrix} 84 \\ 48 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \text{ Pixel} \\ 80 \text{ Pixel} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Lochkameramodell

2.b

Die linke Kamera liefert einen Bildpunkt $p_l(40, -100)$ (in Pixeln). Bestimmen Sie die im Kamerakoordinatensystem der linken Kamera definierte Gerade g_l aller Punkte, die sich auf den Bildpunkt p_l abbilden. Die rechte Kamera liefert einen Bildpunkt $p_r(-20, -100)$. Bestimmen Sie die im Kamerakoordinatensystem der rechten Kamera definierte Gerade g_r aller Punkte, die sich auf den Bildpunkt p_r abbilden. Gehen Sie bei den Berechnungen von einer als Punkt idealisierten CCD-Zelle aus.

$$\frac{u}{f} = \frac{X}{Z}, \frac{v}{f} = \frac{Y}{Z}, w = f \Rightarrow$$

$$p = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ f \end{pmatrix} = \frac{f}{Z} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \frac{f}{Z} P$$

Aufgabe 2: Lochkameramodell

2.b

Die linke Kamera liefert einen Bildpunkt $p_l(40, -100)$ (in Pixeln). Bestimmen Sie die im Kamerakoordinatensystem der linken Kamera definierte Gerade g_l aller Punkte, die sich auf den Bildpunkt p_l abbilden. Die rechte Kamera liefert einen Bildpunkt $p_r(-20, -100)$. Bestimmen Sie die im Kamerakoordinatensystem der rechten Kamera definierte Gerade g_r aller Punkte, die sich auf den Bildpunkt p_r abbilden. Gehen Sie bei den Berechnungen von einer als Punkt idealisierten CCD-Zelle aus.

$$\begin{aligned} g_l : \vec{x} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \frac{Z}{f} \begin{pmatrix} u_l \\ v_l \\ f \end{pmatrix} = \frac{Z}{5 \text{ mm}} \begin{pmatrix} 40 \text{ Pixel} \\ -100 \text{ Pixel} \\ 5 \text{ mm} \end{pmatrix} = \frac{Z}{5 \text{ mm}} \begin{pmatrix} 0,16 \text{ mm} \\ -0,4 \text{ mm} \\ 5 \text{ mm} \end{pmatrix} \\ &= Z \begin{pmatrix} 0,032 \text{ mm} \\ -0,08 \text{ mm} \\ 1 \text{ mm} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Lochkameramodell

2.b

Die linke Kamera liefert einen Bildpunkt $p_l(40, -100)$ (in Pixeln). Bestimmen Sie die im Kamerakoordinatensystem der linken Kamera definierte Gerade g_l aller Punkte, die sich auf den Bildpunkt p_l abbilden. Die rechte Kamera liefert einen Bildpunkt $p_r(-20, -100)$. Bestimmen Sie die im Kamerakoordinatensystem der rechten Kamera definierte Gerade g_r aller Punkte, die sich auf den Bildpunkt p_r abbilden. Gehen Sie bei den Berechnungen von einer als Punkt idealisierten CCD-Zelle aus.

$$g_r : \vec{x} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \frac{Z}{f} \begin{pmatrix} u_r \\ v_r \\ f \end{pmatrix} = \frac{Z}{5 \text{ mm}} \begin{pmatrix} -20 \text{ Pixel} \\ -100 \text{ Pixel} \\ 5 \text{ mm} \end{pmatrix} = \frac{Z}{5 \text{ mm}} \begin{pmatrix} -0,08 \text{ mm} \\ -0,4 \text{ mm} \\ 5 \text{ mm} \end{pmatrix} = Z \begin{pmatrix} -0,016 \text{ mm} \\ -0,08 \text{ mm} \\ 1 \text{ mm} \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Lochkameramodell

2.c

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation vom rechten Kamerakoordinatensystem in das Weltkoordinatensystem und berechnen Sie mit deren Hilfe die Darstellung der Gerade g_r im Weltkoordinatensystem. Berechnen Sie nun den Schnitt der (im Weltkoordinatensystem dargestellten) Geraden g_l und g_r und somit die Koordinaten des Punktes S , der sich auf die Bildpunkte p_l und p_r abgebildet hat.

Aufgabe 2: Lochkameramodell

2.c

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation vom rechten Kamerakoordinatensystem in das Weltkoordinatensystem und berechnen Sie mit deren Hilfe die Darstellung der Gerade g_r im Weltkoordinatensystem. Berechnen Sie nun den Schnitt der (im Weltkoordinatensystem dargestellten) Geraden g_l und g_r und somit die Koordinaten des Punktes S , der sich auf die Bildpunkte p_l und p_r abgebildet hat.

Im Folgenden wird die Einheit [mm] der Einfachheit wegen weggelassen. g_l ist schon im Weltkoordinatensystem definiert, da das Koordinatensystem der linken Kamera mit dem Weltkoordinatensystem identisch ist. Also:

$$g_l = \lambda \begin{pmatrix} 0,032 \\ -0,08 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Lochkameramodell

g_r muss ins Weltkoordinatensystem transformiert werden. Die Orientierung bleibt dabei unverändert, aber es ist eine translative Koordinatentransformation notwendig, um die Verschiebung relativ zur linken Kamera zu berücksichtigen:

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$
$$\vec{x} \rightarrow \vec{x} + \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Damit ist g_r im Weltkoordinatensystem:

$$g_r : \vec{x} = \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -0,016 \\ -0,08 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Lochkameramodell

Gleichsetzen der im Weltkoordinatensystem definierten Geraden g_l und g_r ergibt:

$$\lambda \begin{pmatrix} 0,032 \\ -0,08 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -0,016 \\ -0,08 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Hieraus ergibt sich $\lambda = \mu$, daraus $0,032\lambda = 100 - 0,016\lambda \Rightarrow 0,048\lambda = 100 \Rightarrow \lambda \approx 2083,3$,
und somit:

$$S = \begin{pmatrix} 66,7 \\ -166,7 \\ 2083,3 \end{pmatrix}$$

Onlinefrage Nr. 2:

Die Koordinaten des Punktes S aus Aufgabe 2.c lauten (66,7 mm / -166,7 mm / 2083,3 mm).

Aufgabe 2: Lochkameramodell

2.d

Aufgrund von Bildrauschen wird durch die Bildverarbeitung der Punkt p'_l mit entsprechender Gerade g'_l statt p_l berechnet. Was hat dies zur Folge? Wie lässt sich dennoch ein 3D-Punkt berechnen? Beschreiben Sie Ihren Ansatz und stellen Sie eine allgemeine Gleichung für die Berechnung der Lösung auf.

Aufgabe 2: Lochkameramodell

2.d

Dies hat zur Folge, dass sich die Geraden g_l' und g_r nicht exakt in einem Punkt schneiden, sondern windschief sind. Der optimale Schnittpunkt S' kann beispielsweise entweder als Mittelpunkt der kürzesten Verbindungsstrecke zweier windschiefer Geraden berechnet werden oder über die Lösung eines überbestimmten LGS. Letztere Variante wird im Folgenden vorgerechnet. Gegeben seien allgemein zwei Geraden g_l und g_r :

$$g_l : \vec{x} = \vec{a} + r\vec{u}$$

$$g_r : \vec{x} = \vec{b} + s\vec{v}$$

Gleichsetzen von g_l und g_r ergibt:

$$r\vec{u} - s\vec{v} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} u_1 & -v_1 \\ u_2 & -v_2 \\ u_3 & -v_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = \vec{b} - \vec{a}$$

Aufgabe 2: Lochkameramodell

Mit

$$A := \begin{pmatrix} u_1 & -v_1 \\ u_2 & -v_2 \\ u_3 & -v_3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{x} := \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} := \vec{b} - \vec{a}$$

ist $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ein überbestimmtes LGS, dessen optimale Lösung \mathbf{x}^* im Sinne der euklidischen Norm beispielsweise durch Lösung der Normalengleichung $A^T A \mathbf{x}^* = A^T \mathbf{b}$ zu

$$\mathbf{x}^* = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b}$$

berechnet werden kann (numerisch stabilere Lösungsverfahren basieren auf der Singulärwertzerlegung oder QR-Zerlegung). Mit $(r^*, s^*) := \mathbf{x}^*$ lässt sich der Punkt mit dem geringsten Abstand zu beiden Geraden berechnen zu:

$$\mathbf{s}' = \frac{\mathbf{a} + r^* \cdot \mathbf{u} + \mathbf{b} + s^* \cdot \mathbf{v}}{2}$$

Aufgabe 3: Kontrastanpassung

3.a

Berechnen Sie das Ergebnisbild nach Ausführung einer Spreizung für die untenstehende Bildmatrix B .

$$B = \begin{pmatrix} 110 & 140 & 140 & 255 \\ 80 & 80 & 140 & 180 \\ 0 & 180 & 110 & 140 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3: Kontrastanpassung

3.a

Berechnen Sie das Ergebnisbild nach Ausführung einer Spreizung für die untenstehende Bildmatrix B .

$$B = \begin{pmatrix} 110 & 140 & 140 & 255 \\ 80 & 80 & 140 & 180 \\ 0 & 180 & 110 & 140 \end{pmatrix}$$

Da sowohl die Intensität 0 als auch 255 vorhanden sind, verändert die Spreizung das Bild nicht. Es gilt also $B' = B$.

Aufgabe 3: Kontrastanpassung

3.b

Berechnen Sie das Histogramm $H(x)$ und das akkumulierte Histogramm $H_a(x)$ für die Bildmatrix B . Berechnen Sie nun das Ergebnisbild nach Ausführung einer Histogrammdehnung. Verwenden Sie dazu die Quantile 0.1 und 0.9. Runden Sie dabei alle Einträge durch kaufmännisches (=“normales“) Runden auf ganzzahlige Werte.

Aufgabe 3: Kontrastanpassung

3.b

Berechnen Sie das Histogramm $H(x)$ und das akkumulierte Histogramm $H_a(x)$ für die Bildmatrix B . Berechnen Sie nun das Ergebnisbild nach Ausführung einer Histogrammdehnung. Verwenden Sie dazu die Quantile 0.1 und 0.9. Runden Sie dabei alle Einträge durch kaufmännisches (=“normales“) Runden auf ganzzahlige Werte.

Algorithmus 15 HistogrammDehnung($I, p_{min} = 0,1, p_{max} = 0,9$) $\rightarrow I'$

$H \leftarrow$ BerechneGrauwertHistogramm(I) {Algorithmus 9}

$H_a \leftarrow$ BerechneAkkumuliertesHistogramm(H) {Algorithmus 13}

$min \leftarrow$ BerechneQuantil(H_a, p_{min}) {Algorithmus 14}

$max \leftarrow$ BerechneQuantil(H_a, p_{max}) {Algorithmus 14}

if $min = max$ **then**

 STOP {Bild I ist homogen}

end if

$a := \frac{q}{max-min}, b := -\frac{q \cdot min}{max-min}$

$I' \leftarrow$ AffinePunktoperation(I, a, b) {Algorithmus 8}

Aufgabe 3: Kontrastanpassung

Das Histogramm $H(x)$ mit $H : \{0, \dots, 255\} \rightarrow \mathbb{Z}$ lautet:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x = 0 \\ 2 & x = 80 \\ 2 & x = 110 \\ 4 & x = 140 \\ 2 & x = 180 \\ 1 & x = 255 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Für das akkumulierte Histogramm $H_a(x)$ gilt:

$$H_a(x) := \sum_{k=0}^x H(k) \quad H_a(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 79 \\ 3 & 80 \leq x \leq 109 \\ 5 & 110 \leq x \leq 139 \\ 9 & 140 \leq x \leq 179 \\ 11 & 180 \leq x \leq 254 \\ 12 & x = 255 \end{cases}$$

Aufgabe 3: Kontrastanpassung

$$H_q(p) := \inf \{x \in \{0, \dots, q\} : H_a(x) \geq p \cdot H_a(q)\}$$
$$a := \frac{q}{\max - \min}, \quad b := -\frac{q \cdot \min}{\max - \min}$$
$$I' \leftarrow \text{AffinePunktoperation}(I, a, b) \quad \{\text{Algorithmus 8}\}$$
$$H_a(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 79 \\ 3 & 80 \leq x \leq 109 \\ 5 & 110 \leq x \leq 139 \\ 9 & 140 \leq x \leq 179 \\ 11 & 180 \leq x \leq 254 \\ 12 & x = 255 \end{cases}$$

Das 0,1-Quantil berechnet sich zu $H_q(0,1) = 80$ und das 0,9-Quantil zu $H_q(0,9) = 180$. Die Parameter der affinen Punktoperation $I'(u, v) = aI(u, v) + b$ sind also $a = \frac{255}{180-80} = 2,55$ und $b = -\frac{255 \cdot 80}{180-80} = -204$. Damit ergibt sich die folgende neue Bildmatrix B' :

$$B = \begin{pmatrix} 110 & 140 & 140 & 255 \\ 80 & 80 & 140 & 180 \\ 0 & 180 & 110 & 140 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} 77 & 153 & 153 & 255 \\ 0 & 0 & 153 & 255 \\ 0 & 255 & 77 & 153 \end{pmatrix}$$

Onlinefrage Nr. 3:

Die Summe aller Einträge der neuen Bildmatrix beträgt 1531.

Aufgabe 3: Kontrastanpassung

3.c

Berechnen Sie das Ergebnisbild nach Ausführung eines Histogrammausgleichs auf B . Runden Sie dabei alle Einträge durch kaufmännisches Runden auf ganzzahlige Werte.

Algorithmus 16 HistogrammAusgleich(I) $\rightarrow I'$

$H \leftarrow$ BerechneGrauwertHistogramm(I) {Algorithmus 9}

$H_a \leftarrow$ BerechneAkkumuliertesHistogramm(H) {Algorithmus 13}

for $x := 0$ **to** q **do**

$H_n(x) := \text{round}\left(\frac{q \cdot H_a(x)}{H_a(q)}\right)$

end for

for all pixels (u, v) in I **do**

$I'(u, v) := H_n(I(u, v))$

end for

Aufgabe 3: Kontrastanpassung

3.c

Berechnen Sie das Ergebnisbild nach Ausführung eines Histogrammausgleichs auf B . Runden Sie dabei alle Einträge durch kaufmännisches Runden auf ganzzahlige Werte.

Es gilt $H_n(x) = \frac{255}{12} \cdot H_a(x)$. Anwendung von $H_n(x)$ ergibt die neue Bildmatrix B' :

$$B = \begin{pmatrix} 110 & 140 & 140 & 255 \\ 80 & 80 & 140 & 180 \\ 0 & 180 & 110 & 140 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} 106 & 191 & 191 & 255 \\ 64 & 64 & 191 & 234 \\ 21 & 234 & 106 & 191 \end{pmatrix}$$

Onlinefrage Nr. 4:

Die Summe aller Einträge der neuen Bildmatrix beträgt 1848.

Aufgabe 4: Filter

4.a

Zeigen Sie, dass die Filtermatrix $\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ eine Approximation eines Gauß-Filters mit $\sigma = 0.85$ ist.

Aufgabe 4: Filter

Die Formel zur Berechnung des Gauß-Filters lautet:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

Als Abschätzung für die Filtergröße ergibt sich: $n = \lceil 2 \cdot 0.85 \rceil \cdot 2 + 1 = 3$, d.h. $x, y \leq 1$. Es ergibt sich somit die folgende Filtermatrix:

$$\begin{pmatrix} 0.0552 & 0.1103 & 0.0552 \\ 0.1103 & 0.2203 & 0.1103 \\ 0.0552 & 0.1103 & 0.0552 \end{pmatrix}$$

Für den zentralen Eintrag ergibt sich im Vergleich zur gegebenen Filtermatrix der Faktor $\frac{4}{0.2203} \approx 18.16$, und es gilt $0.0552 \cdot 18.12 \approx 1$ sowie $0.1103 \cdot 18.12 \approx 2$.

Bei einem Tiefpassfilter muss die Summe der Einträge 1 betragen, und es gilt $4 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 16$. Es gilt zu beachten, dass in der oben berechneten Filtermatrix die Summe der Einträge einen Wert < 1 besitzt; bei unendlicher Fortsetzung würde die Summe 1 betragen.

Aufgabe 4: Filter

4.b

Berechnen Sie die Bildmatrix B' durch Faltung der untenstehenden Bildmatrix B mit der Filtermatrix aus Teilaufgabe 4.a. Runden Sie dabei alle Einträge durch kaufmännisches Runden auf ganzzahlige Werte. Für Randpixel von B' soll kein Ergebnis berechnet werden, d.h. berechnen Sie nur die Werte des inneren 5×9 -Teils von B' .

$$B = \begin{pmatrix} 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Filter

$$B = \begin{pmatrix} 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \\ 20 & 20 & 20 & 20 & 50 & 50 & 50 & 20 & 20 & 20 & 20 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & .. \\ .. & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & .. \\ .. & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & .. \\ .. & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & .. \\ .. & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Filter

4.c

Falten Sie die Bildmatrix B' mit einem Sobel-Filter zur Detektion vertikaler Kanten. Berechnen Sie dabei nur die Werte des inneren 3×7 -Teils der Ergebnisbildmatrix.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline a & b & c & d & e \\ \hline f & g & h & i & j \\ \hline k & l & m & n & o \\ \hline p & q & r & s & t \\ \hline u & v & w & x & y \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \\ \hline & g' & h' & i' & \\ \hline & l' & m' & n' & \\ \hline & q' & r' & s' & \\ \hline & & & & \\ \hline \end{array}$$

-1	0	1			
a	b	c	d	e	
-2	0	2			
f	g	h	i	j	
-1	0	1			
k	l	m	n	o	
	p	q	r	s	t
	u	v	w	x	y

$$g' = -a+c-2f+2h-k+m$$

	-1	0	1		
a	b	c	d	e	
	-2	0	2		
f	g	h	i	j	
	-1	0	1		
k	l	m	n	o	
	p	q	r	s	t
	u	v	w	x	y

$$h' = (d+2i+n)-(b+2g+l)$$

		-1	0	1	
a	b	c	d	e	
		-2	0	2	
f	g	h	i	j	
		-1	0	1	
k	l	m	n	o	
	p	q	r	s	t
	u	v	w	x	y

$$i' = (e+2j+o)-(c+2h+m)$$

Aufgabe 4: Filter

$$B' = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & \dots \\ \dots & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & \dots \\ \dots & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & \dots \\ \dots & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Durch Faltung mit dem Sobel_x-Filter ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots & 32 & 92 & 88 & 0 & -88 & -92 & -32 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 32 & 92 & 88 & 0 & -88 & -92 & -32 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 32 & 92 & 88 & 0 & -88 & -92 & -32 & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Onlinefrage Nr. 5:

Der betragslich größte Eintrag der neuen Bildmatrix ist 92.

Aufgabe 4: Filter

4.d

Falten Sie die Bildmatrix B' mit einem Sobel-Filter zur Detektion horizontaler Kanten. Berechnen Sie dabei nur die Werte des inneren 3×7 -Teils der Ergebnisbildmatrix.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 4: Filter

$$B' = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & \dots \\ \dots & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & \dots \\ \dots & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & \dots \\ \dots & 20 & 20 & 28 & 43 & 50 & 43 & 28 & 20 & 20 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Durch Faltung mit dem Sobel_y-Filter ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Nächste Vorlesung:

Montag, 03.07.2017

Bildverarbeitung 3